

2018~2019学年天津河西区天津市第四十二中学高二下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共12小题，每小题3分，共36分）

1. 某电子管正品率 $\frac{3}{4}$ ，次品率为 $\frac{1}{4}$ ，现对该批电子管进行测试，设第 X 次首次测到正品，则 $P(X=3) = ()$.
 A. $C_3^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4}$ B. $C_3^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4}$ C. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4}$ D. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4}$
2. 设随机变量 $\xi \sim B(n, p)$ ，且 $E\xi = 1.6$ ， $D\xi = 1.28$ ，则 $()$.
 A. $n = 8, p = 0.2$ B. $n = 4, p = 0.4$ C. $n = 5, p = 0.32$ D. $n = 7, p = 0.45$
3. 某公共汽车上有10名乘客，沿途有5个车站，乘客下车的可能方式有 $()$.
 A. 50种 B. 10^5 种 C. 5^{10} 种 D. 以上都不对
4. 在6道题中有3道理综题和3道文综题，如果不放回地依次抽取2道题，则“在第1次抽到的理综题的条件下，第2次抽到文综题”的概率为 $()$.
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$
5. 设某大学的女生体重 y （单位：kg）与身高 x （单位：cm）具有线性相关关系，根据一组样本数据 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ ，用最小二乘法近似得到回归直线方程为 $\hat{y} = 0.85x - 85.71$ ，则下列结论中不正确的是 $()$.
 A. y 与 x 具有正的线性相关关系
 B. 回归直线过样本的中心 $(\bar{x}, \bar{y})$
 C. 若该大学某女生身高增加1cm，则其体重约增加0.85kg
 D. 若该中学某高中女生身高为170cm，则可断定其体重必为58.79kg
6. 设随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi = i) = a \left(\frac{1}{3}\right)^i, i = 1, 2, 3$ ，则实数 a 的值为 $()$.
 A. 1 B. $\frac{9}{13}$ C. $\frac{11}{13}$ D. $\frac{27}{13}$
7. 在 $\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 的展开式中，只有第5项的二项式系数最大，则展开式中常数项是 $()$.
 A. -7 B. 7 C. -28 D. 28
8. 某龙舟队有9名队员，其中3人只会划左舷，4人只会划右舷，2人既会划左舷又会划右舷，现要选派划左舷的3人、划右舷的3人共6人去参加比赛，则不同的选派方法共有 $()$.
 A. 56种 B. 68种 C. 74种 D. 92种

9. 5列火车分别准备停在某车站并行的5条轨道上,若快车A不能停在第3道上,货车B不能停在第1道上,则5列火车不同的停靠方法数为()

A. 56

B. 63

C. 72

D. 78

10. 已知直线 $y = kx$ 与曲线 $y = \ln x$ 相切,则 k 的值为() .

A. e

B. $-e$ C. $\frac{1}{e}$ D. $-\frac{1}{e}$

11. 若函数 $h(x) = 2x - \frac{k}{x} + \frac{k}{3}$ 在 $(1, +\infty)$ 上是增函数,则实数 k 的取值范围是() .

A. $[-2, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$ C. $(-\infty, -2]$ D. $(-\infty, 2]$

12. 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)(x \in \mathbf{R})$ 的导函数, $f(-1) = 0$,当 $x > 0$ 时, $xf'(x) - f(x) < 0$,则使得 $f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是() .

A. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ B. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ C. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ D. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

13. 方程 $C_{28}^x = C_{28}^{3x-8}$ 的解为 _____ .

14. 函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4$ 的极值点为 _____ .

15. 若 $\left(\frac{a}{x} - \sqrt{\frac{x}{2}}\right)^9$ 的展开式中 x^3 的系数为 $\frac{9}{4}$,则常数 a 的值为 _____ .

16. 将6位志愿者分成4组,其中两个组各2人,另两个组各1人,分赴世博会的四个不同场馆服务,不同的分配方案有_____种. (用数字作答) .

17. 将15个相同的小球,分给3个人,每人至少分2个,则有 _____ 种不同的分法.

18. 不等式 $e^x \geq kx$ 对任意实数 x 恒成立,则实数 k 的最大值为 _____ .

三、解答题（本大题共4小题，共40分）

19. 北京市政府为做好APEC会议接待服务工作，对可能遭受污染的某海产品在进入餐饮区前必须进行两轮检测，只有两轮都合格才能进行销售，否则不能销售. 已知该海产品第一轮检验不合格的概率为 $\frac{1}{6}$ ，第二轮检测不合格的概率为 $\frac{1}{10}$ ，两轮检测是否合格相互没有影响.
- (1) 求该海产品不能销售的概率.
- (2) 如果该海产品可以销售，则每件产品可获利40元；如果该海产品不能销售，则每件产品亏损80元（即获利-80元）. 已知一箱中有该海产品4件，记一箱该海产品获利 ξ 元，求 ξ 的分布列，并求出数学期望 $E(\xi)$.

20. 一个袋子中装有大小形状完全相同的编号分别为1, 2, 3, 4, 5的5个红球与编号分别为1, 2, 3, 4的4个白球, 从中任意取出3个球.

- (1) 求取出的3个球颜色相同且编号是三个连续整数的概率.
- (2) 求取出的3个球中恰有2个球编号相同的概率.
- (3) 记 ξ 为取出3个球中编号的最大值, 求 ξ 的分布列与数学期望.

21. 已知 $f(x) = x \ln x$, $g(x) = x^3 + ax^2 - x + 2$.

(1) 如果函数 $g(x)$ 的单调递减区间为 $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$, 求函数 $g(x)$ 的解析式.

(2) 若不等式 $2f(x) \leq g'(x) + 2$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - (3a+1)x + 2a(a+1)\ln x (a > 0)$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线与直线 $3x - y + 2 = 0$ 平行, 求 a 的值.

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

(3) 在 (1) 的条件下, 若对 $\forall x \in [1, e], f(x) \geq k^2 + 6k$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.